

Tanja HAMANN, Hildesheim

## **Zur sogenannten Mengenlehre in der Grundschule – Einordnung einer Reform**

Die z. T. extremen Reaktionen und späteren Bewertungen, die die vor allem unter der Bezeichnung „Mengenlehre“ bekannte Reform (international: Neue oder Moderne Mathematik) des mathematischen Elementarunterrichts in den 1970er Jahren in der BRD hervorgerufen hat (vgl. z. B. Der Spiegel, 1974), lassen vermuten, dass es sich hierbei um ein gewissermaßen besonderes, singuläres Ereignis gehandelt habe, das in der Rückschau viele Fragen aufwirft, etwa die nach den Gründen für die Rücknahme oder danach, inwiefern die Reform als gescheitert (zuletzt Vohns, 2016, 38) gelten muss. Die Bearbeitung solcher Fragen erweist sich bei näherer Beschäftigung mit dem Thema als außerordentlich komplex, was zunächst eine Beschreibung der wesentlichen Gegenstände der Reform notwendig macht. Welche Ideen und Ziele lagen der Reform zugrunde und wie wurden sie umgesetzt, und zwar wie auf curricularer Ebene, wie in didaktischen Konzepten und wie in der unterrichtlichen Praxis? An dieser Stelle soll der Schwerpunkt auf den didaktischen Konzepten liegen, wie sie in Lehrwerken für das 1. Schuljahr konkretisiert wurden.

Ein Vergleich der Lehrgänge *alef* von H. Bauersfeld et. al. (1970), *Wir lernen Mathematik* von W. Neunzig & P. Sorger (1968) sowie *Mathematik in der Grundschule* von A. Fricke & H. Besuden (1972) nach formulierten Zielen, behandelten Inhalten und zugrunde gelegten methodisch-didaktischen Prinzipien ergibt naturgemäß Gemeinsamkeiten, die als wesentliche Elemente der Reform auf dieser Ebene gesehen werden müssen. Diese liegen vor allem im methodischen Bereich. Allen Kursen liegt lerntheoretisch ein subjektiv-konstruktivistisches Begriffsverständnis zugrunde, aus dem eine Unterrichtsorganisation folgt, die genetisches, entdeckendes Lernen ermöglicht, indem die Kinder vorwiegend Regelspiele mit strukturiertem Material spielen. Bevorzugte Sozialform ist hierbei die Gruppenarbeit. Allen gemeinsam ist zudem ein pränumerischer Teil, in dem der Zahlbegriff durch allgemeine mathematische Begriffe – darunter in jedem Fall der der Menge – grundgelegt wird; die Zahlen werden dementsprechend kardinal eingeführt. Es zeigen sich aber auch wesentliche Unterschiede zwischen den Lehrwerken, z. B. bei den behandelten Inhalten. Während in *alef* die Geometrie, und zwar auch in Form grundlegender topologischer Begriffe, einen großen Anteil einnimmt, außerdem Relationen und Abbildungen präfiguriert werden, besteht der vornumerische Teil bei Neunzig & Sorger nur aus Mengen und ihren Operationen. Mit dieser unterschiedli-

In Institut für Mathematik und Informatik Heidelberg (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2016* (S. x–y). Münster: WTM-Verlag

chen inhaltlichen Schwerpunktsetzung gehen auch unterschiedliche Zeitpunkte der Zahleinführung sowie eine andere Rolle der Mengenbehandlung einher. Die Inhalte werden zum Teil unterschiedlich legitimiert (besonders *alef* argumentiert hier vorrangig mit sozialen und sprachlichen Zielen) und sind in unterschiedlichem Maße an Vorbilder angelehnt (Neunzig & Sorger beziehen sich primär auf Z. P. Dienes, Fricke & Besuden auf J. Piaget und das operative Prinzip). Insgesamt lässt sich feststellen, dass den Lehrgängen kein einheitliches Gesamtkonzept zugrunde liegt.

Deutlicher wird dieses Bild beim Vergleich mit den ursprünglichen Reformideen, wie sie etwa von Seiten der Vertreter des OEEC-Seminars in Royumont (vgl. OEEC, 1961) formuliert wurden. Es werden an den verschiedenen Stellen fundamental unterschiedliche Konzepte sichtbar. So lag ein zentrales Ziel der Reform darin, die Trennung zwischen Rechen- und Mathematikunterricht zu überwinden und stattdessen von Klasse 1 bis zur Universität ein einheitliches Fach Mathematik zu unterrichten. Die Unterrichtsinhalte sollten dabei spirallcurricular um grundlegende mathematische Leitideen angeordnet werden; der Begriff der Menge ist in einer solchen Konzeption ein zwar fundamentaler, aber dennoch nur ein Strukturbegriff neben anderen, wie dem der Relation, der Abbildung oder der Gruppe. Die Arithmetik bleibt selbstredend ein wichtiger Inhalt, daneben müssen aber andere Inhalte wie die Geometrie treten. In dieser Form wurden die Vorschläge nicht in der Breite umgesetzt. Mit Ausnahme von *alef* wurde der Mengenbegriff den anderen Strukturbegriffen gegenüber deutlich hervorgehoben. Er erscheint außerdem weniger als allgemeiner mathematischer Begriff, sondern vorrangig als Mittel, um die Zahlen und das Rechnen vorzubereiten. Der Übergang vom Rechen- zu einem elementaren Mathematikunterricht wurde somit nur unvollständig vollzogen, die Mathematik auf ein durch Mengenlehre fundiertes Rechnen verkürzt.

Dieser Befund wirft neue Fragen auf. Zum einen die nach möglichen Einflussfaktoren auf und Bedingungen für eine solche Umsetzung. Eine weitere Frage ergibt sich angesichts einiger zeitgenössischer wie späterer Urteile, die die Reform als einen völligen Bruch mit der Tradition werten (Radatz & Schipper, 1983, 27) sprechen von einer „Revolution“; Padberg, 1996, 23, immerhin von „gewaltigen Veränderungen“), obgleich der obige Befund dafür spricht, dass der Bruch nicht so groß war, wie er bei einem konsequenten Übergang zu einem faktisch neuen Grundschulfach „Mathematik“ gewesen wäre und auch Griesel (1970, 132) die Reform als eine „Weiterentwicklung der traditionellen Rechendidaktik“ bezeichnet. Es stellt sich daher die Frage, was den mutmaßlichen Bruch mit der Tradition in der Hauptsache ausgemacht hat oder – anders formuliert – worin die ent-

scheidenden Neuerungen bestanden haben, eine Frage, die eine historische Einordnung und einen Vergleich, insbesondere mit der Ausgangssituation der Reform, also mit Konzepten des Rechenunterrichts, notwendig macht. Ellrott & Schindler (1975, 43) legen nahe, dass es sich bei der Reform vorwiegend um eine methodische gehandelt habe, eine Interpretation, die zu den Beschreibungen des Rechenunterrichts, wie er sich in *alef* findet, passt.

Ein Vergleich mit den nach dem 2. Weltkrieg gebräuchlichsten Methodiken des Rechenunterrichts (v. a. J. Kühnel, 1919, und J. Wittmann, 1958) führt hingegen auf zahlreiche Gemeinsamkeiten methodischer Art. Unter Verweis auf psychologische Erkenntnisse werden auch hier mathematische Begriffe als individuelle Konstrukte angesehen, die durch Handlungen aufgebaut und schrittweise, unter Beachtung eines stetigen Wechsels der Repräsentationsform, abstrahiert werden. Handlungsorientierte Herangehensweisen mit Material, Differenzierung und Gruppenarbeit sind Elemente, die sich hier bereits finden. Die Zahlen werden kardinal eingeführt, bei Wittmann sogar nach einem pränumerischen Teil, in dem zunächst ikonisch dargestellte Mengen gegliedert werden. In dieser Hinsicht bestätigen die Quellen keinen allzu großen Bruch, zumindest was die Theorie betrifft. Die o. g. Beschreibungen und Wertungen lassen hingegen darauf schließen, dass die unterrichtsorganisatorischen Vorschläge aus den Rechenmethodiken nicht umfänglich in die Praxis umgesetzt wurden. Der in der Praxis wahrgenommene Bruch wird unter diesen Voraussetzungen umso größer gewesen sein.

Die entscheidenden Unterschiede liegen vielmehr in den Inhalten, Zielen und letztlich dem Gesamtkonzept „Mathematik“, auch wenn dieses nur unvollständig Eingang in den Unterricht gefunden hat. Mengen und Mengenoperationen als Inhalt an sich, Relationen, auch die Geometrie waren neue Themen in der Grundschule, eine gewisse Reduzierung der Arithmetik zu einem Inhalt neben anderen war damit integraler Bestandteil der Reform. Die Ablösung des Rechenunterrichts durch einen propädeutischen Mathematikunterricht beinhaltete als ein Ziel, die Möglichkeit einer besseren sozialen Durchlässigkeit und ist somit einzuordnen in allgemeine Demokratisierungsbestrebungen, die im Rechenunterricht der Volksschule keine Rolle spielten. Neben die Mittel zur rein quantitativen Beschreibung der – vor allem häuslichen – Umwelt traten nun Mittel zu einer qualitativen Beschreibung; der Erwerb allgemeiner kognitiver Fähigkeiten über das Rechnen und seine Anwendung hinaus wurde explizit als Ziel formuliert. In dieser Hinsicht findet sich also ein erheblicher Bruch mit der Tradition, der bei der Einführung eines faktisch neuen Schulfachs auch unvermeidbar war

und bei konsequenter Einführung der Mathematik sogar noch größer hätte sein können bzw. müssen.

Aus der Perspektive eines Rechenunterrichts, der vorwiegend auf Sachrechnen in Kontexten aus dem häuslichen Alltag ausgerichtet war, wird darüber hinaus klar, dass weite Teile der Bevölkerung nie mit Mathematik in Berührung gekommen waren, folglich über keine angemessene Vorstellung dieses Fachgebiets verfügen konnten. Eltern und auch Lehrern, die keine fachmathematische Ausbildung hatten, waren Wert und Nutzen abstrakter Strukturbegriffe kaum vermittelbar. Was dagegen im Einklang mit der tief im kollektiven Gedächtnis verwurzelten Unterrichtstradition vermittelt werden konnte, war, dass Mengenlehre ein Mittel darstellt, um den Zahlbegriff besser zu fundieren und das Rechnen vorzubereiten. Es muss hierin ein wesentlicher Einflussfaktor auf die weitgehende Beschränkung der Neuen Mathematik auf pränumerische Mengenlehre gesehen werden.

## Literatur

- Bauersfeld, H., Gnirk, H., Görner, U., Homann, G., Lubeseder, U., Radatz, H. & Rickmeyer, K. (1970). *alef 1: Wege zur Mathematik; Handbuch zum Lehrgang*. Hannover: Schroedel.
- Ellrott, D. & Schindler, M. (1975): *Die Reform des Mathematikunterrichts: Grundlagen mit Beispielen aus dem Unterricht der Primarstufe*. Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt.
- Fricke, A. & Besuden, H. (1972). *Mathematik in der Grundschule 1: Ausgabe B ; Lehrerband*. Stuttgart: Klett.
- Griesel, H. (1970): *Die sogenannte Moderne Mathematik an Grund- und Hauptschule als Weiterentwicklung der traditionellen Rechendidaktik (und nicht als Irrweg)*. BzMU 1970 (S. 55-62). Hannover: Schroedel.
- Kühnel, J. (1919): *Neubau des Rechenunterrichts: ein Handbuch für alle, die sich mit Rechenunterricht zu befassen haben*. Leipzig: Klinkhardt. Bd I und II.
- Neunzig, W. & Sorger, P. (1968): *Wir lernen Mathematik I : Erstes Schuljahr ; Lehreranleitung*. Freiburg [u. a.]: Herder.
- OEEC (Ed.) (1961). *New Thinking in School Mathematics*. Paris: OEEC.
- Radatz, H. & Schipper, W. (1983). *Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen*. Hannover: Schroedel.
- Padberg, F. (1996). *Didaktik der Arithmetik*. Heidelberg [u. a.]: Spektrum Akad. Verl.
- Der Spiegel* (1974), 28, 13.
- Vohns, A. (2016). Welche Fachlichkeit braucht allgemeine Bildung? Überlegungen am Beispiel des Mathematikunterrichts. *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 100, 35-42.
- Wittmann, J. (1958): *Einführung in die Praxis des ganzheitlichen Gesamtunterrichts insbesondere des ganzheitlichen Rechenunterrichts im ersten Schuljahr*. Dortmund: Crüwell.